

**Matematica:** equazioni logaritmiche - aritmetica e algebra.

3) L'espressione  $\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 1000$  vale:

- A)  $\log_{10} \frac{1000 \cdot (x^2 + 1)}{3}$   
B)  $\log_{10} (x^2 + 1)$   
C)  $\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} + \log_{10} 1000$   
D)  $\frac{1}{3} \log_{10} [1000(x^2 + 1)]$   
E)  $\log_{10} (1000 \sqrt[3]{x^2 + 1})$

Per risolvere il quesito, dobbiamo avere ben chiare le proprietà fondamentali dei logaritmi:

logaritmo di un prodotto	$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
logaritmo di un quoziente (o rapporto)	$\log_a(b/c) = \log_a(b) - \log_a(c)$
logaritmo di un esponente	$\log_a(b^c) = c \log_a(b)$
cambio base	$\log_n(b) = \log_v(b) / \log_v(n)$
inversione base-argomento	$\log_a(b) = 1 / \log_b(a)$
trasformazione di un numero n in potenza di base a	$n = a^{\log_a(n)}$
trasformazione di un numero n in logaritmo di base a	$n = \log_a(a^n)$

Come al solito è importante osservare l'espressione di partenza: cerchiamo di individuare qualche spunto di riflessione: ci sono parti dell'espressione che potrebbero essere ricondotte ad una delle proprietà fondamentali dei logaritmi?

Ad esempio: c'è una radice cubica, 1000 è uguale a  $10^3$ , ...

Attenzione: per trovare la soluzione senza perdere troppo tempo (ricordiamoci che, in linea di massima, abbiamo a disposizione 50 minuti di tempo per rispondere a 20 quesiti... 2,5 minuti a quesito) dobbiamo avere padronanza delle proprietà. La padronanza si acquisisce soltanto facendo molti esercizi.



Proviamo a svolgere:

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 1000 = \log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 10^3$$

Applicando la proprietà logaritmica dell'esponente:  $\log_a(b^c) = c \log_a(b)$  possiamo riscrivere l'ultima parte dell'espressione:

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 10^3 = \log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot 3 \log_{10} 10$$

Il logaritmo, in base 10, di 10, è pari a 1 ( $n = \log_a(a^n)$ ). Quindi l'espressione potrà essere riscritta come:

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot 3 \log_{10} 10 = \log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot 3$$

Riordinando secondo la proprietà commutativa:

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot 3 = 3 \log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1}$$

Trasformo ancora, al contrario, secondo la proprietà logaritmica dell'esponente:  $\log_a(b^c) = c \log_a(b)$  possiamo riscrivere:

$$3 \log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} = \log_{10} \left( \sqrt[3]{x^2 + 1} \right)^3$$

Semplificando radice ed esponente:

$$\log_{10} \left( \sqrt[3]{x^2 + 1} \right)^3 = \log_{10} x^2 + 1$$

La risposta corretta è la **B**: l'espressione  $\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 1000$  vale  $\log_{10}(x^2 + 1)$

