Matematica: polinomi (operazioni, decomposizione in fattori) - aritmetica e algebra.

1) Il polinomio $12a^2 - 18b^2$ è divisibile per

A) $\sqrt{6}(a - b)$

B) $\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$

C) $12a + 18b$

D) $12a - 18b$

E) $a - b$

In linea generale, quando dobbiamo scomporre un polinomio o, come in questo caso, verificare se sia divisibile per un altro polinomio/binomio, dobbiamo seguire questa scala di priorità:

- scomposizione totale;
- scomposizione parziale;
- prodotti notevoli; in genere nei test, come nel nostro caso, i prodotti notevoli ci permettono di risolvere il problema;
- trinomi speciali di II grado;
- Ruffini!

Allora procediamo nel seguente modo:

Scomposizione totale. È possibile raccogliere un fattore comune tra tutti i termini del polinomio?

Il polinomio iniziale potrebbe diventare $6(2a^2 - 3b^2)$ ma serve a qualcosa? Sembrerebbe di no, però notiamo che la seconda parte del polinomio potrebbe avvicinarsi ad un prodotto notevole... andiamo avanti.

Scomposizione parziale. Come la scomposizione totale anche questa tecnica si fonda sulla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla somma. In genere questa tecnica funziona se un polinomio lo possiamo dividere in due parti sulle quali effettuare poi un raccoglimento totale per ciascuna di esse. Sarà così possibile riscrivere il polinomio iniziale come il prodotto di due polinomi: il primo costituito dai termini che abbiamo raccolto e il secondo composto dai termini che rimangono. Guarda qualche esempio di raccoglimento parziale su internet. Analizzando il nostro polinomio si vede subito che non possiamo procedere con la scomposizione parziale.

Prodotti notevoli. Di seguito evidenziamo i più utilizzati:

Somma per differenza	$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
Quadrato di un binomio con somma	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Quadrato di un binomio con differenza	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Cubo di un binomio con somma	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Cubo di un binomio con differenza	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Quadrato di un trinomio con somma	$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
Quadrato di un trinomio con differenza	$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$
Somma di due cubi	$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$
Differenza di due cubi	$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$
Cubo di un trinomio	$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$

… guardiamo con attenzione il nostro polinomio iniziale: $12a^2 - 18b^2$.

Abbiamo visto che assomiglia ad una somma per differenza. Riprendiamo il risultato della prima scomposizione: $12a^2 - 18b^2 = 6 \cdot (2a^2 - 3b^2)$

Nelle varie alternative di risposta ci sono anche delle radici… come diventerebbe il polinomio se si applicasse il prodotto notevole "somma per differenza" $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$?

$12a^2 - 18b^2 = 6 \cdot (2a^2 - 3b^2)$

$6 \cdot (2a^2 - 3b^2) = 6 \cdot \left(\sqrt{2}a + \sqrt{3}b\right) \cdot \left(\sqrt{2}a - \sqrt{3}b\right)$

il polinomio sarà quindi divisibile per $\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$.

La risposta corretta è la **B**: il polinomio $12a^2 - 18b^2$ è divisibile per $\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$.